SCOMPOSIZIONE IN FATTORI

A che serve la scomposizione di un polinomio in fattori? Può servire a vari scopi: ne cito 2 simili a quelli della *scomposizione dei numeri naturali in fattori primi*:
- quando si dovesse semplificare una *frazione algebrica*, che avesse polinomi al numeratore e al denominatore, la loro scomposizione in fattori permetterebbe di semplificare i fattori comuni;
- quando si dovessero sommare o sottrarre frazioni algebriche aventi polinomi al denominatore, la loro scomposizione in fattori permetterebbe di trovare il loro *m.c.m.*

Aggiungo un altro scopo:
- quando un polinomio fosse uguagliato a zero, per avere così una *equazione polinomiale*, la sua scomposizione in fattori permetterebbe di individuare le soluzioni dell'equazione derivandole da ciascun fattore uguagliato a zero.

[Pagina senza pretese di esaustività o imparzialità, modificata 15/05/2024; col colore grigio distinguo i miei commenti rispetto al testo attinto da altri]

Pagine correlate: aiuto allo studio in matematica sc.sec.

↑2024.05.15 come si scompone un polinomio $P(x)$?

1) Per prima cosa occorre osservare se i vari monomi del polinomio $P(x)$ hanno un fattore comune (numerico e/o letterale): se sì, dovrai eseguire il *raccoglimento a fattor comune*; tale fattor comune è il massimo comun divisore tra i suddetti monomi e si individua prendendo i fattori comuni una sola volta col minimo esponente.
Messo in evidenza il fattor comune, lo si moltiplicherà per il polinomio $Q(x)$ i cui monomi saranno ottenuti DIVIDENDO ciascun monomio del $P(x)$ per il fattor comune messo in evidenza. Ad esempio:

$$12x^6 - 8x^3 + 16x^2y = 4x^2(3x^4 - 2x + 4y)$$

2) polinomio con **DUE** TERMINI
- *Differenza di quadrati*: $(a^2 - b^2) = (a + b) \cdot (a - b)$
- *Differenza di cubi*: $(a^3 - b^3) = (a - b) \cdot (a^2 + ab + b^2)$ (detto *falso quadrato*)
- *Somma di cubi:* $(a^3 + b^3) = (a + b) \cdot (a^2 - ab + b^2)$ (detto *falso quadrato*)
- *Somma di quadrati*: **non** è scomponibile in R (*insieme dei numeri reali*).

3) polinomio con **TRE** TERMINI
- *Quadrato di un binomio*: $a^2 \pm 2ab + b^2 = (a \pm b)^2$
- *Trinomio speciale o notevole*: $x^2 - 2x - 15 = (x - \mathbf{5}) \cdot (x + \mathbf{3})$ perché $-\mathbf{5} \cdot \mathbf{3} = -15$ e $-\mathbf{5} + \mathbf{3} = -2$
- “ con *racc.parziale*: $2x^2 + 5x - 3 = 2x^2 + \mathbf{6}x - x - 3$ perché $-\mathbf{6} \cdot \mathbf{1} = -3 \cdot 2 = -6$ e $-\mathbf{6} + \mathbf{1} = 5$
$= 2x(x + 3) - (x + 3) = (x + 3)(2x - 1)$
- *Regola di Ruffini*: a prescindere da Ruffini vale la seguente particolarità per qualunque polinomio $P(x)$: se trovo un valore v da assegnare ad x tale per cui $P(v) = 0$, allora tale valore v si dice che è uno zero del polinomio $P(x)$ e tale polinomio sarà divisibile per $(x - v)$, ovvero, $P(x) = (x - v) \cdot Q(x)$
La regola di Ruffini mi permette di trovare il $Q(x)$; tieni presente che tale regola funzionerebbe anche nel caso generale in cui $\frac{P(x)}{x-v} = Q(x) + resto$, ma, se abbiamo trovato un v che sia uno zero del $P(x)$, il resto sarà zero.

4) polinomio con **QUATTRO** TERMINI
- *Cubo di un binomio*: $a^3 \pm 3a^2b + 3ab^2 \pm b^3 = (a \pm b)^3$
- *Raccoglimento parziale*
- Regola di Ruffini

5) polinomio con **CINQUE** TERMINI
- Regola di Ruffini

6) polinomio con **SEI** TERMINI
- *Quadrato di un trinomio*: $a^2 + b^2 + c^2 \pm 2ab \pm 2ac \pm 2bc = (a \pm b \pm c)^2$
- Raccoglimento parziale
- Regola di Ruffini

7) polinomio con **SETTE o PIÙ** ERMINI
- Raccoglimento parziale se i termini del polinomio sono in numero pari
- Regola di Ruffini