RETTE e FASCI DI RETTE (aiuto allo studio in geometria analitica)

Scusa la banalità di questa bozza di appunti; segnalami eventuali errori.
Vedi qui i preliminari sulle rette nel piano cartesiano.
Vedi <youmath> per la **definizione di fascio di rette**:

- **Fascio proprio** di rette: è un insieme di rette che hanno un solo punto in comune, detto **centro del fascio** di rette.
  Un fascio proprio di rette si può indicare in **forma esplicita** attraverso le coordinate del centro (x_c, y_c) con l'equazione $y - y_c = m(k)(x - x_c)$, dove m(k) indica che la pendenza è una funzione di k (se la pendenza non dipendesse da k, ma fosse una costante, il fascio non sarebbe proprio; che la pendenza dipenda da k è una condizione necessaria affinché il fascio sia un fascio proprio, ma non è una condizione sufficiente).
  Oppure si può indicare **in forma implicita** $ax + by + c + k(a'x + b'y + c') = 0$ con a b c a' b' c' coefficienti numerici: la forma implicita ci permette di individuare le **due rette generatrici** del fascio:
  $ax + by + c = 0$ detta generatrice base
  $a'x + b'y + c' = 0$ detta generatrice esclusa (perché per k tendente all'infinito non apparterebbe al fascio).
- **Fascio improprio** di rette: è un insieme di rette che non hanno alcun punto in comune (come un fascio di rette parallele; in tal caso si può individuare una retta base del fascio) oppure è un insieme di rette per le quali al variare di k varia il punto di intersezione.

Pagine correlate: geometria analitica apprendimento, e-learning, copertina di Nuova matematica a colori

↑2020.12.31 Tre esercizi:
- Nel fascio f di rette avente equazione $(k+1)x - (k-2)y + k - 3 = 0$ c'è una retta s che è parallela alla retta r di equazione $2x+3y-1=0$; scrivi l'equazione della retta s;
- Il fascio di rette $3kx + ky - k + 5 = 0$ è improprio: dimostra perché
- Il fascio di rette $kx + 3y - 4k = 0$ è proprio: dimostra perché.

Soluzione.

↑2013.10.12 dato il fascio di rette di equazione $(k-2)x - 2y + 1 = 0$, individuane il centro e le generatrici, quindi determina k in modo che la corrispondente retta del fascio passi per ..., sia parallela a ..., sia perpendicolare a ...: soluzione

↑2009.mm.gg preliminari sulle **rette nel piano cartesiano**:
Equazione generale della retta nel piano cartesiano di coordinate x e y
- retta in forma IMPLICITA: $ax + by + c = 0$; rappresenta qualunque retta del piano cartesiano;
- retta in forma ESPLICITA: $y = mx + q$, dove m è detto coefficiente angolare della retta o pendenza della retta e q individua l'intersezione della retta con l'asse y; la forma esplicita evidenzia immediatamente la pendenza della retta, ma non rappresenta le rette del piano cartesiano parallele all'asse delle y ($x = k$).

1) La condizione affinché un punto A di coordinate (x_A;y_A) APPARTENGA ad una retta $ax + by + c = 0$ è che tali coordinate soddisfino l'equazione, cioè che $ax_A + by_A + c = 0$; analogamente se la retta fosse indicata in forma esplicita.
2) Per trovare il punti di INTERSEZIONE di due rette si mettono a SISTEMA le relative equazioni.
3) Due rette r_1 ed r_2 aventi pendenza m_1 ed m_2 sono PARALLELE se $m_1=m_2$; sono PERPENDICOLARI se $m_1=-1/m_2$
4) ***FASCIO DI RETTE*** PASSANTI PER UN PUNTO di coordinate (x_1;y_1):
   $y - y_1 = m(x - x_1)$
5) RETTA PASSANTE PER DUE PUNTI di coordinate (x_1;y_1) e (x_2;y_2):
   $(y - y_1) / (y_2 - y_1) = (x - x_1) / (x_2 - x_1)$,
   oppure si fa il fascio di rette passanti per il primo punto (vedi #4) e poi si impone che passi anche per il secondo punto (vedi #1), ricavando m.
6) Condizione di ALLINEAMENTO di 3 PUNTI (x_1;y_1), (x_2;y_2), (x_3;y_3)
   si trova equazione della retta passante per due dei tre punti (vedi #5) e poi si vede se il terzo punto appartiene a quella retta (vedi #1);
   oppure $(y_3 - y_1) / (y_2 - y_1) = (x_3 - x_1) / (x_2 - x_1)$: <ym> formula per verificare se tre punti sono allineati
7) DISTANZA DI UN PUNTO P DA UNA RETTA R
   se r in forma implicita, $d = | ax_p + by_p + c | / \text{Radq}(a^2 + b^2)$
   se r in forma esplicita, $d = | y_p - (mx_p + q) | / \text{Radq}(1 + m^2)$

Applicazioni:

- area di un **triangolo formato da tre rette:** In questa soluzione.pdf annoto che, per calcolare l'area del triangolo di cui siano noti i vertici D, E, F, si può ricorrere alle formule della *distanza punto retta*, oppure alla *formula* area = ½ | *det* *M* |
  cioè metà del valore assoluto del determinante di M, dove M è la matrice 3x3 formata con le coordinate dei 3 vertici in colonna 1 e due, e mettendo tutti 1 in colonna 3.

$$\begin{matrix} x_D & y_D & 1 \\ x_E & y_E & 1 \\ x_F & y_F & 1 \end{matrix}$$